COMPENSADOR DE ATRASO-ADELANTO

JAVIER DE PEDRO CARRACEDO

FINALIDAD. El ejercicio consiste en demostrar que la frecuencia $w = w_1$, en la que el ángulo de fase del regulador de atraso-adelanto es de 0°, obedece a

$$w_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}.$$

1. DESARROLLO

Sea la función de transferencia del regulador

$$G_c(s) = K_c \left(\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right), \quad \gamma, \beta > 1.$$

En $w = w_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$ el ángulo de fase $\angle G_c(jw_1) = 0^\circ$. Si $\gamma = \beta$,

$$\angle G_c(jw) = \tan^{-1} wT_1 + \tan^{-1} wT_2 - \tan^{-1} \frac{wT_1}{\beta} - \tan^{-1} wT_2\beta.$$

En $w = w_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$,

$$\angle G_c(jw_1) = \tan^{-1} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \tan^{-1} \frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} - \tan^{-1} \beta\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Si se considera la identidad trigonométrica

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y},$$

$$\tan \left(\underbrace{\tan^{-1} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}_{90^\circ} \right) = \frac{\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} + \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}{1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}} = \infty,$$

$$\tan \left(\underbrace{\tan^{-1} \frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} + \tan^{-1} \beta\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}_{90^\circ} \right) = \frac{\frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} + \beta\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}}{1 - \frac{1}{\beta} \cdot \beta\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}} = \infty.$$

De esta forma se cumple que

$$\angle G_c(jw_1) = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ,$$

evidenciándose que la frecuencia $w = w_1$, en la que el ángulo de fase del regulador es de 0°, atiende a

$$w_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}.$$